

Probabilidad y Estadística

▶▶ M.C. Marcos Samuel López Rivera

2. Conjuntos y Técnicas de Conteo.

Conjuntos.

Un conjunto puede considerarse como una colección de objetos, llamados *miembros* o *elementos* del conjunto.

Denotamos un conjunto por una letra mayúscula A, B, C , y un elemento por una letra minúscula a, b .

Sinónimos de conjunto son *clase*, *grupo* y *colección*.

Si un elemento a pertenece a un conjunto C escribimos $a \in C$. Si a no pertenece a C escribimos $a \notin C$. Si a y b pertenecen C escribimos $a, b \in C$.

Ejemplo 1. El conjunto de las vocales en el alfabeto puede definirse por el *método de extensión* como $\{a, e, i, o, u\}$ o por el *método de comprensión* como $\{x \mid x \text{ es una vocal}\}$, léase “el conjunto de los elementos x tales que x es una vocal” donde la línea vertical \mid se lee “*tal que*” o “*dado que*”.

Ejemplo 2. El conjunto $\{x \mid x \text{ es un triángulo en un plano}\}$ es el conjunto de los triángulos en un plano. Obsérvese que el método de extensión no puede utilizarse aquí.

2. Conjuntos y Técnicas de Conteo.

Conjuntos.

Ejemplo 3. Si lanzamos un par de dados comunes los “números” o “puntos” posibles que pueden resultar sobre la cara superior de cada dado son elementos del conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Subconjuntos.

Si cada elemento de un conjunto A también pertenece a un conjunto B llamamos a A un subconjunto de B , escrito $A \subset B$ ó $B \supset A$ y leído “ A está contenido en B ” o “ B contiene a A ” respectivamente. Se sigue que para todos los conjuntos A tenemos $A \subset A$.

Si $A \subset B$ y $B \subset A$ llamamos a A y B iguales y escribimos $A = B$. En este caso A y B tienen exactamente los mismos elementos.

Si A no es igual a B , es decir si A y B no tienen exactamente los mismos elementos, escribimos $A \neq B$.

Si $A \subset B$ pero $A \neq B$ llamamos a A un subconjunto propio de B .

2. Conjuntos y Técnicas de Conteo.

Subconjuntos.

Ejemplo 4. $\{a, i, u\}$ es un subconjunto propio de $\{a, e, i, o, u\}$.

Ejemplo 5. $\{i, o, a, u, e\}$ es un subconjunto, pero no un subconjunto propio, de $\{a, e, i, o, u\}$, puesto que los dos conjuntos son iguales. Obsérvese que la sola redistribución de los elementos no cambia el conjunto.

Ejemplo 6. Al lanzar un dado los resultados posibles cuando el resultado es "par" son elementos del conjunto $\{2, 4, 6\}$, el cual es un subconjunto (propio) del conjunto de todos los resultados posibles $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

El teorema siguiente es verdadero para cualesquiera conjuntos A, B, C .

Teorema 1: Si $A \subset B$ y $B \subset C$, entonces $A \subset C$.

Conjunto universal y conjunto vacío.

Para muchos propósitos restringimos nuestra discusión a subconjuntos de algún conjunto específico denominado el *universo del discurso*, o simplemente *universo*

2. Conjuntos y Técnicas de Conteo.

Conjunto universal y conjunto vacío.

También se llama el *conjunto* o *espacio universal* y se denota por u . Los elementos de un espacio se llaman los *puntos* del espacio.

Es útil considerar un conjunto que no tiene elementos. Este conjunto se denomina el *conjunto vacío* o el *conjunto nulo* y se denota por \emptyset ; es un subconjunto de cualquier conjunto.

Ejemplo 7. Un conjunto importante que nos es familiar es el conjunto \mathcal{R} de los *números reales* como $3, -2, \sqrt{2}, \pi$, que pueden representarse por puntos en una *línea real* como el eje x . Si a y b son números reales tal que $a < b$, los subconjuntos $\{x \mid a \leq x \leq b\}$ y $\{x \mid a < x < b\}$ de \mathcal{R} (con frecuencia descritos simplemente por $a \leq x \leq b$ y $a < x < b$) se denominan *intervalos cerrado* y *abierto* respectivamente. Los subconjuntos tales como $\{x \mid a \leq x < b\}$ ó $\{x \mid a < x \leq b\}$ se denominan intervalos *semi-abiertos* o *semi-cerrados*.

Ejemplo 8. El conjunto de todos los números reales x tales que $x^2 = -1$, escrito $\{x \mid x^2 = -1\}$, es el conjunto nulo o vacío ya que no hay números reales cuyos cuadrados sean iguales a -1 .

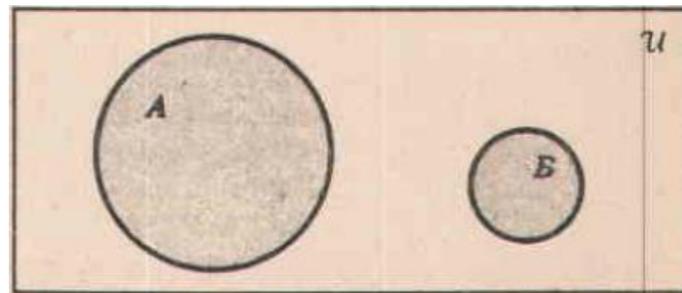
2. Conjuntos y Técnicas de Conteo.

Conjunto universal y conjunto vacío.

Ejemplo 9. Si lanzamos un dado, el conjunto de todos los resultados posibles es el universo $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. El conjunto de los resultados que consisten de las caras 7 u 11 sobre un solo dado es el conjunto nulo.

Diagramas de Venn.

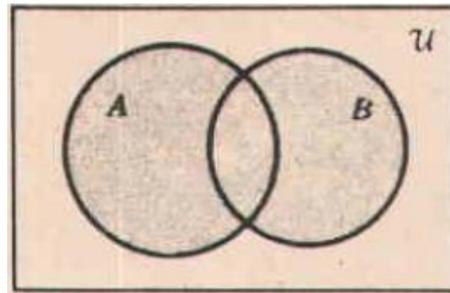
Un universo u puede representarse geoméricamente por el conjunto de puntos dentro de un rectángulo. En tal caso los subconjuntos de u (como A y B indicados y sombreados en la siguiente figura) se representan por conjuntos de puntos dentro de los círculos. Tales diagramas denominados *diagramas de Venn*, sirven para darnos una intuición geométrica respecto a las posibles relaciones entre conjuntos.



2. Conjuntos y Técnicas de Conteo.

Operaciones entre conjuntos.

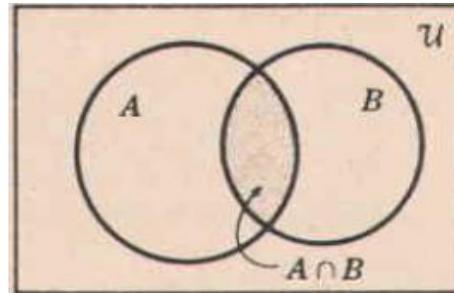
1. **Unión.** El conjunto de todos los elementos (o puntos) que pertenecen a A o a B , o tanto como a A como a B , se llama *unión* de A y B y se escribe $A \cup B$ (región sombreada en la siguiente figura).



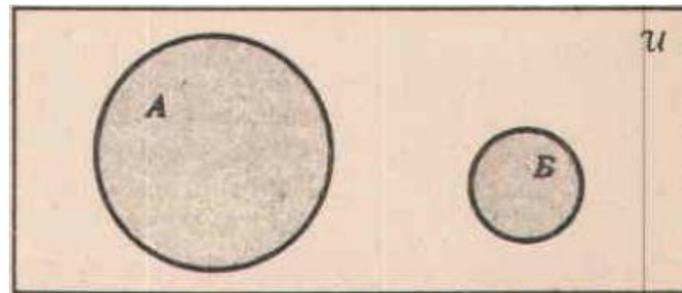
2. **Intersección.** El conjunto de todos los elementos que pertenecen simultáneamente a A y a B se llama la *intersección* de A y B y se escribe $A \cap B$ (región sombreada en la siguiente figura).

2. Conjuntos y Técnicas de Conteo.

Operaciones entre conjuntos.



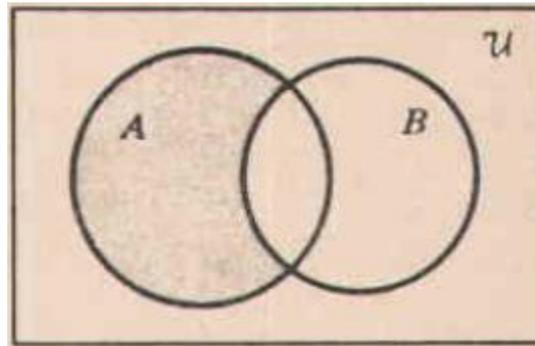
Dos conjuntos A y B tales que $A \cap B = \emptyset$, es decir, que no tienen elementos comunes, se llaman *conjuntos disjuntos*. En la siguiente figura, A y B son disjuntos.



2. Conjuntos y Técnicas de Conteo.

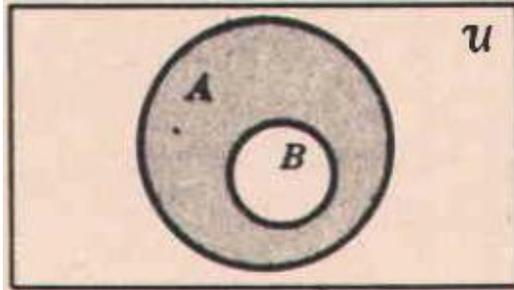
Operaciones entre conjuntos.

3. **Diferencia.** El conjunto que consiste en todos los elementos de A que no pertenecen a B se llama la *diferencia* de A y B , escrita por $A - B$ (región sombreada en la siguiente figura).

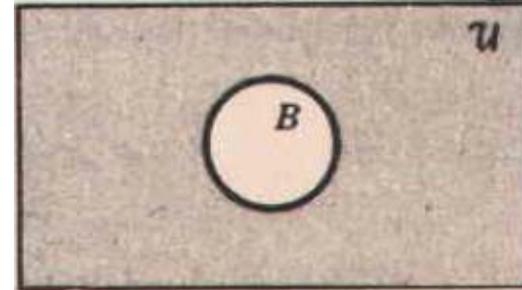


4. **Complemento.** Si $B \subset A$ entonces $A - B$ se llama el *complemento de B relativo a A* y se escribe B'_A (región sombreada en la siguiente figura). Si $A = u$, el conjunto universal, nos referimos a $u - B$ sencillamente como el *complemento de B* y lo escribimos B' (región sombreada de la siguiente figura). El complemento de $A \cup B$ se escribe $(A \cup B)'$.

2. Conjuntos y Técnicas de Conteo.



Operaciones entre conjuntos.



The background features a dark blue grid with a large, upward-pointing arrow on the right side. A wavy, multi-colored ribbon (blue, green, red, yellow) flows across the bottom left. The text '¡Gracias!' is prominently displayed in the center-left.

¡Gracias!

Probabilidad y Estadística